	COLEGIO DEL SAGRADO CORAZÓN DE JESÚS BETHLEMITAS PASTO	**Código: M1-FO07**
	DISEÑO DEL SERVICIO	**Versión: 03**
	GUÍAS DE NIVELACIÓN TERCER PERIODO	**Fecha: 01/08/2025**
		AÑO ESCOLAR: 2025 - 2026

Docente: Anderson Alexander Yela B	Asignatura: Matemáticas	Grado: 9	Periodo: 3	Mes:
Nombre del estudiante:				

Sistemas de ecuaciones 2x2

los Sistemas de Ecuaciones Lineales 2x2 son aquellos que se componen de dos ecuaciones con dos incógnitas, a los cuales debemos encontrar una pareja de soluciones que satisfaga las dos ecuaciones. Por ejemplo

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$x = 5$, $y = 0$ NO

$x = 10$, $y = 9$ NO

Como sabemos, existen varios métodos para llegar a su solución en caso de existir, vamos a continuar con 2 de ellos.

- Método de sustitución.
- Método de eliminación o reducción

Método de sustitución

Paso 1.
Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones.

Paso 2.
Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación

Paso 3.
Se resuelve la ecuación resultante

Paso 4.
El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso

Paso 5.
Solución del sistema. $\boxed{y = 2 \quad x = 7}$

$2x + 3y = 20$ Ecuación 1

$x - 2y = 3$ Ecuación 2

Despejar la variable x

Ecuación 2

$x - 2y = 3$

$\boxed{x = 3 + 2y}$

Sustituir en la otra ecuación

Ecuación 1

$2x + 3y = 20$

$2(3 + 2y) + 3y = 20$

$6 + 4y + 3y = 20$

$6 + 7y = 20$

$7y = 20 - 6$

$7y = 14$

$y = \frac{14}{7}$

$\boxed{y = 2}$

Reemplazo el valor de y

$x = 3 + 2y$

$x = 3 + 2(2)$

$x = 3 + 4$

$\boxed{x = 7}$

Método de eliminación o reducción

Paso 1.
Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Paso 2.
Sumamos ambas ecuaciones

Paso 3.
Se resuelve la ecuación resultante

Paso 4.
El valor obtenido se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones iniciales y se resuelve.

Paso 5.
Solución del sistema. $\boxed{\begin{matrix} y = 2 \\ x = 7 \end{matrix}}$

$\boxed{2x} + 3y = 20$ Ecuación 1

$x - 2y = 3$ Ecuación 2

Para convertir x en $-2x$ debo multiplicarlo por -2

Multiplico la Ecuación 2 por -2

$$x - 2y = 3$$

$$(-2)\quad (x - 2y = 3)$$

$$-2x + 4y = -6 \quad \text{Ecuación 2n}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 4y = -6 \\ \hline 0 + 7y = 14 \end{array}$$

$$y = \frac{14}{7}$$

$$\boxed{y = 2}$$

Reemplazo en Ecuación 1

$$x - 2y = 3$$

$$x - 2(2) = 3$$

$$x - 4 = 3$$

$$x = 3 + 4$$

$$\boxed{x = 7}$$

Ejercicios (Parte 1)

1. Desarrollar cada uno de los siguientes ejercicios, por el método que considere más adecuado

A. $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ -8x + 6y = 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ -10x + 8y = -6 \end{cases}$ E. $\begin{cases} -2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ F. $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 2x + 5y = 10 \end{cases}$

Aplicación de los sistemas de ecuaciones
Hasta el momento hemos visto cómo solucionar sistemas de ecuaciones con dos ecuaciones y dos incógnitas. Ahora vamos a interpretar y resolver algunos problemas de aplicación mediante sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Los métodos a utilizar serán sustitución, igualación y reducción (El más apropiado según sea el caso)

Ejemplo: En un supermercado, dos hermanos compran 3 yogur y 2 cajas de leche por $2 740. Al siguiente mes, compran 4 yogur y una caja de leche de por $2 170. ¿Cuánto cuesta un yogur y un litro de leche?

Solución Considera como: X à El valor de un yogur. Y à El valor de una caja de leche de litro. Luego planteamos el sistema según las indicaciones

$$\left.\begin{matrix} 3x + 2y = \$\,2\,740 \\ 4x + y = \$\,2\,170 \end{matrix}\right\}$$

Luego resolvemos el sistema con el método de tu preferencia (En este caso lo realizaremos por el método de sustitución) recuerda que no importa el método, llegaras al mismo resultado

Comenzaremos despejando y, en la ecuación $4x + y = 2\,170$, quedando

$$y = 2\,170 - 4x$$

Reemplazaremos en la ecuación
$$3x + 2y = 2\,740$$

Nos queda la expresión

$$3x + 2(2\,170 - 4x) = 2\,740$$

$$3x + 4\,340 - 8x = 2\,740$$

$$3x + 4\,340 - 8x = 2\,740$$

$$4\,340 - 2\,740 = 8x - 3x$$

$$1\,600 = 5x$$

$$320 = x$$

Finalmente, reemplazamos el valor de x en la ecuación lineal $y = 2\,170 - 4x$. El valor obtenido es $y = 890$.

$$x = 320 \qquad y = 890$$

De esta manera encontramos los valores deseados

Ejercicios (Parte 2)

1. María va al mercado y compra 3 cajas de clavos y 2 cajas de tornillos por 28 €. Si hubiese comprado 2 cajas de clavos y 3 cajas de tornillos por 42 €. ¿Cuál es el precio de cada una de las cajas de tornillos y clavos?

2. Mario y María compraron vacas y borregos para formar un rancho. Mario compro 5 vacas y 7 borregos, por los cuales pagó 310 dólares y José compro 7 vacas y 8 borregos y pago 380 dólares ¿cuánto le costó cada animal?

3. La edad de Camila y de su mamá suman 54 años y dentro de 9 años la edad de la mamá será el doble de la edad de Camila. ¿Cuántos años tiene cada una?

   Resolver los ejercicios 4, 5 y 6 según la siguiente imagen

$$(1.)\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \qquad (2.)\begin{cases} 3x - 5y = 4 \\ 2x + 10y = 8 \end{cases}$$

$$(3.)\begin{cases} 2x + 7y = 3 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$$

4. Las soluciones del sistema (1.) es

   A. (-1,1)

   B. (1,-1)

   C. (2,3)

   D. (1,1)

5. La solución del sistema (2.) es

   A. (2,5)

   B. (5,2)

   C. (2, 2/5)

   D. (2/5, 5/2)

6. **Las soluciones del sistema (3.) es**

   A. (3/10, 9/20)

   B. (2/5, 8/2)

   C. (9/20, 3/10)

   D. (3, 9/20)

7. En una Frutería, don Manuel ha comprado 2 kg. de Plátanos y 1 kg Naranjas. en $ 1.220 y doña Flora ha comprado 3 kg. de Plátanos y 2 kg. de Naranjas en $ 2.020. Es acertado afirmar que cada kilo de Plátanos cuesta

A. 240

B. 340

C. 380

D. 420

8. Al encontrar las medidas de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es 12 y cuyo lado mayor mide el doble que su lado menor se obtiene que el

   A. Lado mayor tiene 8 y el lado menor mide 4

   B. Lado mayor mide 4 y el lado menor mide 2

   C. Lado mayor mide 10 y el lado menor mide 2

   D. Lado mayor mide 4 y el menor mide 2

Ecuación Cuadrática

Además de las funciones lineales, uno de los tipos más comunes de funciones polinomiales con las que trabajamos en el álgebra es la función cuadrática. Una función cuadrática es una función que puede ser descrita por una ecuación de la forma

$$f_{(x)} = ax^2 + bx + c$$

Con a, b y c $\quad coeficientes\ numéricos$ y $a \neq 0$

Número que se antepone a la letra o letras de un término algebraico

Por ejemplo, vamos a determine los coeficientes numéricos de la siguiente función:

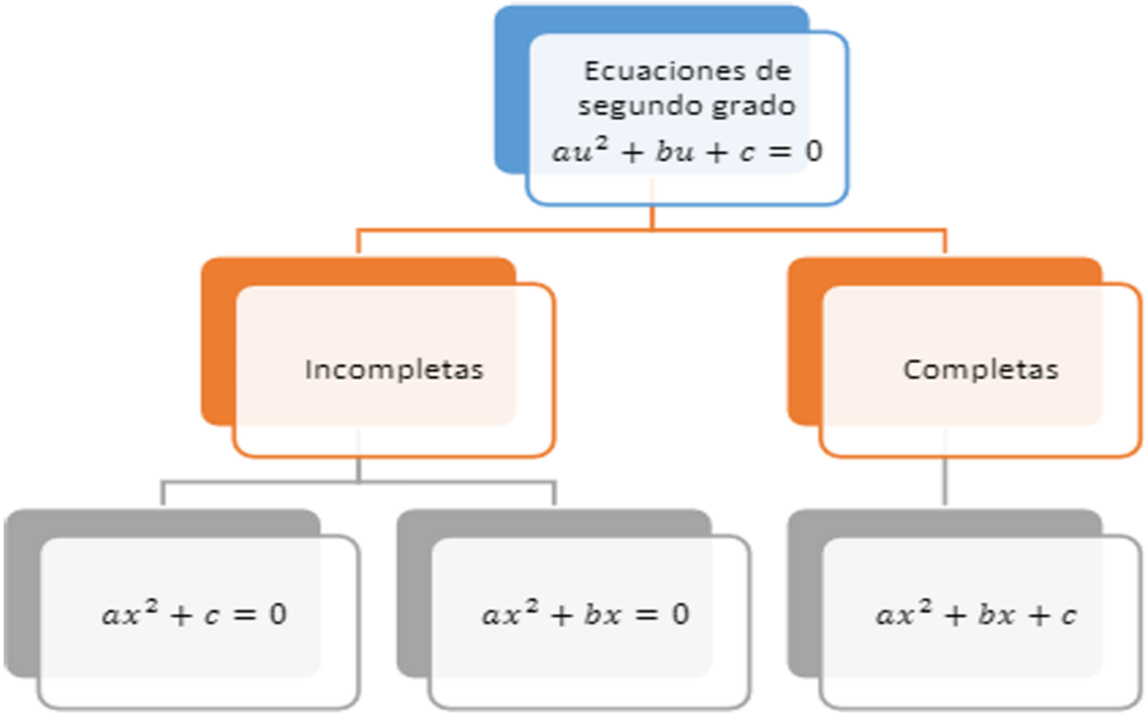
$$\textbf{a)} \quad \boldsymbol{f_{(x)} = x^2 + 6x + 8}$$

Resolución:

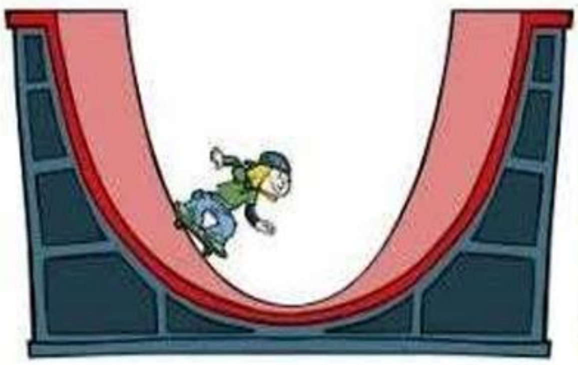
- a $es\ el\ coeficiente\ numerico\ que\ acompaña\ siempre\ a\ x^2,$ $por\ lo\ tanto\ en\ este\ caso\ \boldsymbol{a}\ es = 1$
- b $es\ el\ coeficiente\ numerico\ que\ acompaña\ siempre\ a\ x,$ $por\ lo\ tanto\ en\ este\ caso\ \boldsymbol{b}\ es = 6$
- c $es\ el\ coeficiente\ numerico\ que\ se\ encuentra\ solo,$ $por\ lo\ tanto\ en\ este\ caso\ \boldsymbol{c}\ es = 8$

$$f_{(x)} = 1x^2 + 6x + 8$$

Ningún término en la función polinomial tiene un grado mayor que 2. También podemos describe los tipos de ecuaciones cuadráticas como completas e incompletas, en las que puede faltar uno de los coeficientes b o c



Descubriremos en general la forma típica de la gráfica de una función cuadrática es una curva llamada PARABOLA, la cual presenta ciertas características comunes a todas ellas



Grafica de una función cuadrática Al momento de graficar una función cuadrática debemos tener en cuenta varios conceptos como

Primero:

En la función: $f_{(x)} = ax^2 + bx + c$

El factor "a" nos indica la dirección de la Parábola:

- Si $a > o$;(a *es positivo*)
  La Parábola es Cóncava hacia arriba, es decir, sus ramas o brazos se orientan hacia arriba.

Mayor

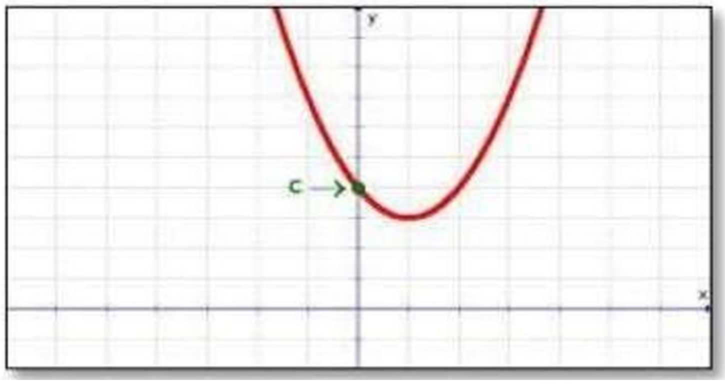
- Si $a < o$;(a *es negativo*)
  La Parábola es Cóncava hacia abajo, es decir, sus ramas o brazos se orientan hacia abajo.

Menor

Segundo:

En la función: $f_{(x)} = ax^2 + bx + c$

El factor "c" nos indica donde la parábola corta al eje de la Ordenada (eje "y"). Este punto se denota como $(0, c)$



Tercero:

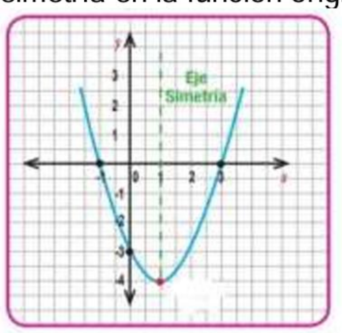
Determinar el eje de simetría, que es una recta vertical que divide a la parábola en dos mitades congruentes.
Y la encontramos reemplazando los valores de ***a*** y ***b*** en la expresión

$$\frac{b}{2a}$$

Cuarto:

En la función: $f_{(x)} = ax^2 + bx + c$
Siempre existe un punto máximo o un punto mínimo y este está dado por el punto vértice de la Parábola; el cual se obtiene:

Dicho vértice, siempre está ubicado sobre el eje de simetría, y para calcular la posición de este, reemplazamos en valor del eje de simetría en la función original



Vamos a ver un par de ejemplos
Grafiquemos la función
Grafiquemos la función

$$f_{(x)} = x^2 + 6x + 8$$

- Primero identifiquemos los coeficientes

$$a = 1 \quad b = 6 \quad c = 8$$

- Analizamos el factor a: Como $a = 1$, entonces $a > 0$, lo que significa que la parábola es cóncava hacia arriba.

- Ahora vemos el valor de $\mathbf{c}$, para determinar el punto $(\mathbf{0}, \boldsymbol{C})$, en esta función, lo que significa que la Parábola corta o interseca al eje "$\boldsymbol{y}$" en el punto $(\mathbf{0}, \mathbf{8})$

- Como ya sabemos la parábola es cóncava hacia arriba, ahora vamos a encontrar el eje de simetría, reemplazando los valores de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$

- Solo nos resta encontrar el vértice de nuestra parábola, para ello reemplazamos el valor encontrado en el ítem anterior en la función original

$$\boldsymbol{f_{(x)} = x^2 + 6x + 8}$$

$= (-3)^2 + 6(-3) + 8$

$= 9 - 18 + 8$

$= -1$

Con toda la información anterior ya podemos graficarla "Veamos"

Los ceros o raíces de una función son los valores de la variable $\boldsymbol{x}$ para los cuales $\boldsymbol{f(x)} = \mathbf{0}$. Gráficamente las soluciones nos muestran los puntos donde la parábola corta o interseca al eje "x"

En el caso anterior los ceros o soluciones de la ecuación son (-4) y (-2)

Ejercicios (parte 1)

Identifica los elementos importantes para luego graficar las siguientes funciones

- Concavidad
- Intersecciones con los ejes (Soluciones si las tiene)
- Eje de simetría
- Vértice.

Luego Dar las soluciones en caso de que las tenga

1) $f(x) = x^2 - 1$
2) $f(x) = x^2 + 4x$
3) $f(x) = x^2 + x - 6$
4) $f(x) = x^2 - x + 2$
5) $f(x) = x^2 + x$

Soluciones de ecuaciones cuadráticas

Recuerda nuevamente que los ceros o raíces de una función son los valores de la variable $\boldsymbol{x}$ para los cuales $\boldsymbol{f(x)} = \mathbf{0}$. Gráficamente las soluciones nos muestran los puntos donde la parábola corta o interseca al eje "x"

Al igualar la función a 0 tenemos una ecuación de segundo grado:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Las ecuaciones de segundo grado en su estudio de la Geometría y el álgebra, contempla las ecuaciones de Segundo grado y sus posibles soluciones, vamos a ver algunos métodos

Método de factorización

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x-9)(x-1) = 0$$

$$x - 9 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 1 = 0$$

$$x = 9 \qquad x = 1$$

C. S.= $\{9, 1\}$

9 x 1 = 9
9 + 1 = 10

Método de fórmula general

Resuelva la ecuación

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$+1x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 4 \quad c = 3$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} \quad x = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = -1 \qquad x = -3$$

Método 2
Fórmula General

Ubicamos los valores de a, b y c en la ecuación cuadrática y lo sustituimos en la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Después simplificamos y obtenemos los valores de la incógnita "x"

Ejercicios (Parte 2)
Encontrar las soluciones de las siguientes ecuaciones

1. Utilizar el método de factorización para solucionar las siguientes funciones cuadráticas

   A. $x^2 - 3x + 2 = 0$

   B. $x^2 - 6x + 8 = 0$

2. Utilizando la fórmula general encontrar las soluciones de las siguientes ecuaciones

   A. $x^2 - 3x + 2 = 0$

   B. $x^2 - 6x + 8 = 0$

   C. $3x^2 + x - 2 = 0$

   D. $4x^2 + 3x - 22 = 0$