	COLEGIO DEL SAGRADO CORAZÓN DE JESÚS BETHLEMITAS PASTO	**Código: M1-FO07**
	DISEÑO DEL SERVICIO	**Versión: 03**
	GUÍAS DE NIVELACIÓN	**Fecha: 01/08/2025**
		AÑO ESCOLAR: 2025 - 2026

Docente: Yamith Aguanary	Asignatura: Matemáticas	Grado: 8	Periodo: 2	Mes: Febrero
Nombre del estudiante:				

Guía de nivelación grado 8

Triángulos

Un triángulo es la región del plano limitada por tres rectas que se intersecan dos a dos

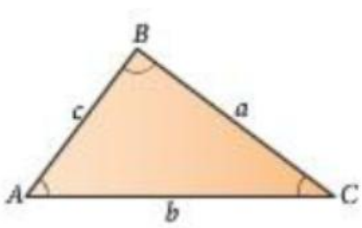


Figura 1.

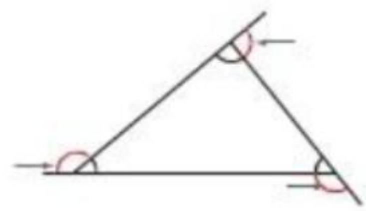


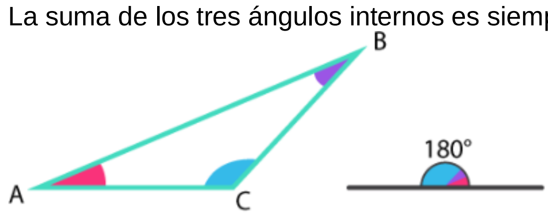
Figura 2.

En todo triángulo se identifican los sigientes términos:

- Vértices
- Lados
- Ángulos interiores
- Ángulos exteriores

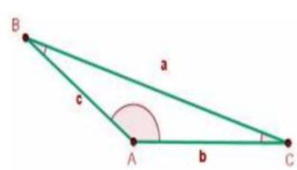
- **Propiedades de los triángulos**

- Suma de ángulos interiores: La suma de los tres ángulos internos es siempre 180°.

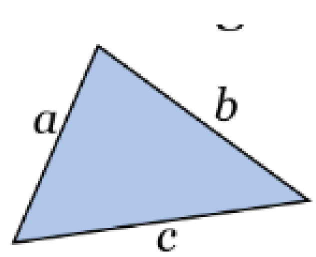


$$m\hat{A} + m\hat{B} + m\hat{C} = 180°$$

- Relación lado-ángulo: A mayor lado se opone mayor ángulo, y viceversa.

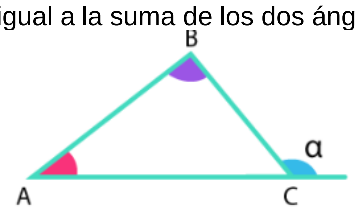


- Desigualdad triangular: La longitud de un lado siempre es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.



$$a + b > c$$
$$b + c > a$$
$$c + a > b$$

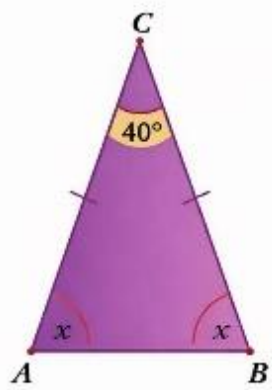
- Ángulo exterior: Un ángulo exterior es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él.



$$\alpha = m\hat{A} + m\hat{B}$$

Ejemplo 1

1. Encontrar la medida de los ángulos *CAB* y *ABC* de $\triangle ABC$, sabiendo que $\overline{AC} \cong \overline{BC}$.



Por la propiedad 2 de los triángulos, se deduce que a lados con igual medida corresponden ángulos con igual medida. Luego, se cumple: $\sphericalangle CAB \cong \sphericalangle ABC$.

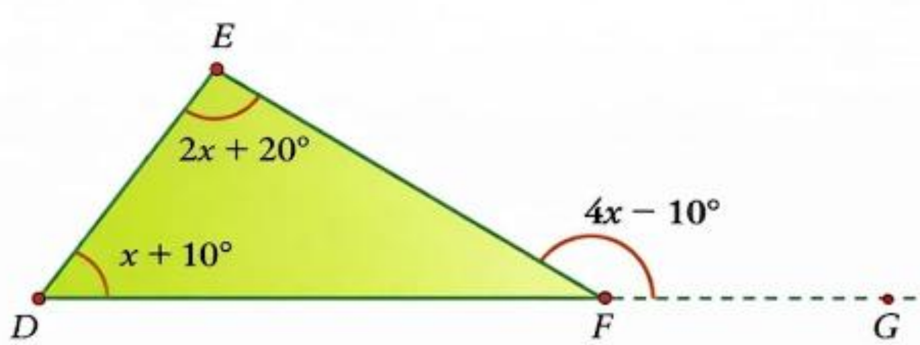
Además, si $x = m\sphericalangle ABC$, por la propiedad 1, se tiene que:

$$40° + x + x = 180°$$
$$2x = 180° - 40°$$
$$x = 70°$$

Por tanto, $m\sphericalangle CAB = 70°$ y $m\sphericalangle ABC = 70°$.

Ejemplo 2

2. Determinar la medida del ángulo externo *GFE*, en el $\triangle DEF$, que aparece en la siguiente figura.



Por la propiedad 4 de los triángulos:

$m\sphericalangle GFE = m\sphericalangle FDE + m\sphericalangle DEF$.

Luego, se remplazan $m\sphericalangle GFE$, $m\sphericalangle FDE$ y $m\sphericalangle DEF$

$4x - 10° = x + 10° + 2x + 20°$

Después, se resuelve la ecuación.

$x = 40°$.

Luego, se remplaza el valor de x, así:

$m\sphericalangle GFE = 4x - 10°$

$m\sphericalangle GFE = 4 \cdot 40° - 10° = 160° - 10° = 150°$

Por tanto, la medida de $\sphericalangle GFE$ es 150°.

Ejercicio 1:

Verifica si es posible construir los triángulos con las caracteristicas dadas en cada caso. Justifica tu respuesta.

42. $m\sphericalangle A = 46°$, $m\sphericalangle B°$ y $m\sphericalangle C = 61°$.

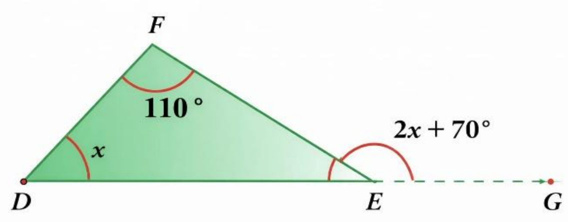
43. $a = 5$ cm, $b = 4$ cm y $c = 8$ cm.

44. $a = 6$ cm, $b = 9$ cm y $c = 2$ cm.

Por tanto, $m\sphericalangle CAB = 70°$ y $m\sphericalangle ABC = 70°$.

Ejercicio 2:

Determina la medida del ángulo externo relativo al vértice E del triángulo que se muestra.



Casos de factorización

Es una estrategia aplicada a la multiplicación de números o polinomios, a la cual le llamamos factorización y consiste en encontrar números o polinomios que multiplicados nos dan el número o polinomio original, respectivamente. Esta estrategia de dividir en partes más sencillas también aplica a la suma de números o polinomios.

Revisemos los diferentes polinomios y como factorizarlos, particularmente revisaremos cinco (5) casos de factorización

- Factor común
- Factor por agrupación
- Diferencia de cuadrados
- Trinomio cuadrado perfecto
- Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Caso 1 (Factor común): El factor común es aquello que se encuentra multiplicando en cada uno de los términos. Puede ser un número, una letra, varias letras, un signo negativo, una expresión algebraica (encerrada en paréntesis) o combinaciones de todo lo anterior.
Por ejemplo:

$$2ax^2 + 3bx^3 = x^2(2a + 3bx)$$

$$a^4b - 5ac = a(a^3b - 5c)$$

$$4a^5b + 4a^3c = 4a^3(a^2b + c)$$

Caso 2 (Factor Común por Agrupación de Términos): Se aplica en polinomios donde ya se ha verificado que no hay factor común (caso 1). Se forman grupos de igual número de términos, buscando que exista alguna familiaridad entre los términos agrupados (es decir, que tengan rasgos comunes).
Por ejemplo: Factorizar el polinomio $a^2 + ab + ax + b^2$

Paso 1 $(a^2 + ab) + (ax + bx)$
Paso 2 $a(a + b) + x(a + b)$
Paso 3 $(a + b)(a + x)$

Caso 3 (Diferencia de Cuadrados Perfectos): Recuerda que al aplicar los productos notables

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Se puede obtener la propiedad simétrica de la igualdad con la misma fórmula.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Por ejemplo:

1. $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$
$\quad x \qquad 4$

2. $4y^2 - 25 = (2y - 5)(2y + 5)$
$\quad 2y \qquad 5$

Caso 4 (Trinomio cuadrado perfecto): Se llama trinomio cuadrado perfecto al trinomio (polinomio de tres términos) donde, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

- Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer término del trinomio
- Se separan estas dos raíces por el signo del segundo termino
- El binomio formado que es la raíz del trinomio se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado

Por ejemplo:

1. $m^2 + 2m + 1 = (m + 1)(m + 1) = (m + 1)^2$
$\quad m \qquad 1$

2. $4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x - 5y)^2$
$\quad 4x \quad - \quad 5y$

Caso 5 (Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$): Lo primero es identificar los trinomios de esa forma Veamos algunos ejemplos de trinomios de la forma

$$x^2 + bx + c$$

$$x^2 - 8x + 15$$

$$x^2 - x + 12$$

$$x^2 + 19x + 34$$

Luego para poder factorizarlo, debemos seguir los siguientes pasos

1. Para el primer factor, luego de la raíz del término cuadrático, se escribe el signo del segundo término
2. Para el segundo factor, luego de la x se escribe la multiplicación de los signos del segundo y tercer término
3. Luego buscamos dos números, cuya multiplicación de como resultado el termino c y su suma o resta sea igual a b
4. Estos números son los segundos términos de los binomios, siendo el más grande ubicado de primero

Por ejemplo:

$$x^2 - 7x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

$$m^4 - 7m^2 + 12 = (m^2 - 4)(m^2 - 3)$$

Ejercicios (Parte 1)

1. Factorizar los siguientes polinomios utilizando el caso apropiado

Caso 1

A. $a^2 + ab$
B. $x + x^2$
C. $2ax^2 + 6a^4x^3$
D. $x^9 + x^5 - x^3$
E. $12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^5n^2$

Caso 2

A. $a \quad + ab + ax + bx$
B. $am - bm + an - bn$
C. $x + x^2 - xy^2 - y^2$
D. $4a^3 - 1 - a^2 + 4a$
E. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a$

Caso 3

A. $a^2 - 4$
B. $100 - x^4$
C. $25 - 36x^6$
D. $a^8 - 49x^4y^2$
E. $x^{10} - 100y^2$

Caso 4

A. $a^2 - 2ab + b$
B. $a^2 + 2ab + b$
C. $y^8 + 2y^4 + 1$
D. $25x^4 + 40x^2 + 16$
E. $a^{10} - 2a^5 + 1$

Caso 5

A. $x^2 + 7x + 10$
B. $x^2 + 3x - 10$
C. $m^2 + 5m - 14$
D. $x^2 - 7x - 30$
E. $x^2 + x - 132$

2. Factoriza los siguientes polinomios utilizando el caso más apropiado

A. $a^3 + a^2 + a$
B. $6m - 9n + 21nx - 14mx$
C. $100 - x^2y^6$
D. $9 - b^2$
E. $a^2 - 2ab + b^2$
F. $20ax - 5bx - 2y + ay$
G. $9 - 6x + x^2$
H. $24a^2xy^2 - 36x^2y^4$
I. $x^2 + 7x + 10$
J. $c^2 + 5c - 24$

Para mayor información, tener en cuenta el siguiente enlace de Google site con las presentaciones que se trabajaron durante el periodo.

https://sites.google.com/bethlemitaspasto.edu.co/cdigom2-fo07/primer-periodo