Docente: Anderson Yela	Asignatura: Matemáticas	Grado: 8	Periodo: 3	Mes: Abril
Nombre:				

Guía de nivelación grado 8

Productos notables

Anteriormente estudiamos la multiplicación entre polinomios. ¿Te has preguntado si existe una manera directa o rápida de calcular operaciones entre polinomios sin la necesidad de recurrir al proceso de la multiplicación de polinomios? Claro que sí. Veamos

Primero, ¿Qué son los productos notables?

En matemáticas, un **producto** corresponde al resultado que se obtiene al realizar una multiplicación. Entonces, los **productos notables** son simplemente multiplicaciones especiales entre expresiones algebraicas. Los productos notables nos permiten encontrar un resultado aplicando una fórmula general sin necesidad de desarrollar siempre los productos o potencias indicadas. En esta guía estudiaremos 3 casos:

1. **Suma de un binomio al cuadrado**
2. **Diferencia de un binomio al cuadrado**
3. **Producto de la suma por la diferencia de dos binomios**

SUMA DE UN BINOMIO AL CUADRADO

$(a+b)^2$ es la suma de un binomio que esta elevado al cuadrado

La suma de un binomio al cuadrado se desarrolla como el cuadrado del primer término, **más** el doble producto del primer término por el segundo, **más** el cuadrado del segundo término.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$$

Ejemplo:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2\,x\,(3) + (3)^2 = x^2 + 6\,x + 9$$

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2\,(2x)(3) + (3)^2 = 4\,x^2 + 12\,x + 9$$

DIFERENCIA DE UN BINOMIO AL CUADRADO

$(a-b)^2$ es la diferencia o resta de un binomio que está elevado al cuadrado

La diferencia de un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, **menos** el doble producto del primer término por el segundo, **más** el cuadrado del segundo término.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$$

Ejemplos:

$$(x-3)^2 = x^2 - 2\,x\,(5) + (5)^2 = x^2 - 10\,x + 25$$

$$(2x^2-3)^2 = (2x^2)^2 - 2\,(2x^2)(3) + (3)^2 = 4\,x^4 - 12x^2 + 9$$

PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO

El producto de la suma por la diferencia de un binomio $(a+b)(a-b)$ es igual a la diferencia de sus cuadrados, es decir, el cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término. así

$$(a+b)(a-b)\ =a^2-b^2$$

Ejemplo:

$$(x+5)(x-5)\ =x^2-5^2=x^2-25$$

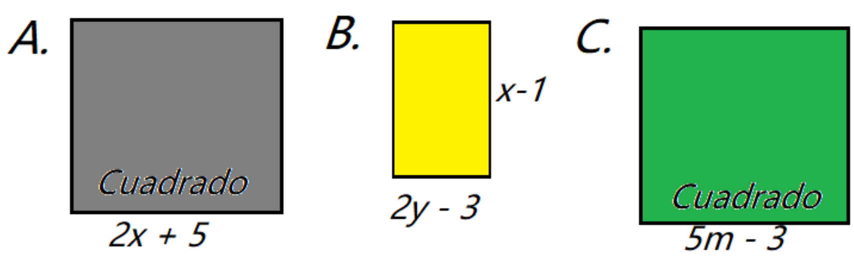
$$(3x+y)(3x-y)\ =(3\,x)^2-y^2=9\,x^2-y^2$$

Ejercicios (Parte 1)

1. En cada uno de los siguientes ejercicios identificar el producto notable a utilizar y aplicarlo

- $(\boldsymbol{x-9})^{2}$
- $(\boldsymbol{x+7})^{2}$
- $\left(\boldsymbol{x^2-1}\right)^{2}$
- $(\boldsymbol{2x+5})^{2}$
- $(\boldsymbol{3x-3})(\boldsymbol{3x+3})$
- $(\boldsymbol{2x+1})(\boldsymbol{2x-1})$
- $(\boldsymbol{3x+y})^{2}$
- $(\boldsymbol{x-1x})^{2}$
- $(\boldsymbol{5x+9})(\boldsymbol{5x-9})$
- $(\boldsymbol{x^2-7})(\boldsymbol{x^2+7})$

2. Calcular el área a cada una de las siguientes figuras, según sea el caso



Casos de factorización

Es una estrategia aplicada a la multiplicación de números o polinomios, a la cual le llamamos factorización y consiste en encontrar números o polinomios que multiplicados nos dan el número o polinomio original, respectivamente. Esta estrategia de dividir en partes más sencillas también aplica a la suma de números o polinomios.

Revisemos los diferentes polinomios y como factorizarlos, particularmente revisaremos cinco (5) casos de factorización

- **Factor común**
- **Factor por agrupación**
- **Diferencia de cuadrados**
- **Trinomio cuadrado perfecto**
- **Trinomio de la forma $\boldsymbol{x^2+bx+c}$**

Caso 1 (Factor común): El factor común es aquello que se encuentra multiplicando en cada uno de los términos. Puede ser un número, una letra, varias letras, un signo negativo, una expresión algebraica (encerrada en paréntesis) o combinaciones de todo lo anterior.

Por ejemplo:

$$2ax^2+3bx^3\ =x^2(2a+3bx)$$

$$a^4b-5ac\ \ =a\,(a^3b-5c)$$

$$4a^5b+4a^3c\ =4a^3(a^2b+c)$$

Caso 2 (Factor Común por Agrupación de Términos): Se aplica en polinomios donde ya se ha verificado que no hay factor común (caso 1). Se forman grupos de igual número de términos, buscando que exista alguna familiaridad entre los términos agrupados (es decir, que tengan rasgos comunes).

Por ejemplo: Factorizar el polinomio $a^2 + ab + ax + b^2$

Paso 1 $(a^2 + ab) + (ax + bx)$
Paso 2 $a(a + b) + x(a + b)$
Paso 3 $(a + b)(a + x)$

Caso 3 (Diferencia de Cuadrados Perfectos): Recuerda que al aplicar los productos notables

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Se puede obtener la propiedad simétrica de la igualdad con la misma fórmula.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Para ello podemos realzarlo utilizando 3 simples pasos

Paso 1: Sacamos la raíz cuadrada de cada uno de los términos
Paso 2: Colocamos dos pares de paréntesis, uno con signo **mas** y otro con signo **menos**
Paso 3: Ubicamos en cada paréntesis las raíces obtenidas en el **paso 1**

Por ejemplo:

1. $\underset{x}{x^2} - \underset{4}{16} = (x - 4)(x + 4)$
2. $\underset{2y}{4y^2} - \underset{5}{25} = (2y - 5)(2y + 5)$

Caso 4 (Trinomio cuadrado perfecto): Se llama trinomio cuadrado perfecto al trinomio (polinomio de tres términos) donde, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

- Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer término del trinomio
- Se separan estas dos raíces por el signo del segundo termino
- El binomio formado que es la raíz del trinomio se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado

Por ejemplo:

1. $\underset{\downarrow \atop m}{m^2} + 2m + \underset{\downarrow \atop 1}{1} = (m + 1)(m + 1) = (m + 1)^2$
2. $\underset{\downarrow \atop 4x}{4x^2} \underset{-}{-} 20xy + \underset{\downarrow \atop 5y}{25y^2} = (2x - 5y)^2$

Caso 5 (Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$): Lo primero es identificar los trinomios de esa forma Veamos algunos ejemplos de trinomios de la forma

$$x^2 + bx + c$$

$$x^2 - 8x + 15$$

$$x^2 - x + 12$$

$$x^2 + 19x + 34$$

Luego para poder factorizarlo, debemos seguir los siguientes pasos

Paso 1: Para el primer factor, luego de la raíz del término cuadrático, se escribe el signo del segundo término

Paso 2: Para el segundo factor, luego de la x se escribe la multiplicación de los signos del segundo y tercer término

Paso 3: Luego buscamos dos números, cuya multiplicación de como resultado el termino c y su suma o resta sea igual a b

Paso 4: Estos números son los segundos términos de los binomios, siendo el más grande ubicado de primero

Por ejemplo:

$$x^2 - 7x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

$$m^4 - 7m^2 + 12 = (m^2 - 4)(m^2 - 3)$$

Ejercicios (Parte 1)

1. Factorizar los siguientes polinomios utilizando el caso apropiado

Caso 1
A. $a^2 + ab$
B. $x + x^2$
C. $2ax^2 + 6a^4x^3$
D. $x^9 + x^5 - x^3$
E. $12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^5n^2$

Caso 2
A. $a + ab + ax + bx$
B. $am - bm + an - bn$
C. $x + x^2 - xy^2 - y^2$
D. $4a^3 - 1 - a^2 + 4a$
E. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a$

Caso 3
A. $a^2 - 4$
B. $100 - x^4$
C. $25 - 36x^6$
D. $a^8 - 49x^4y^2$
E. $x^{10} - 100y^2$

Caso 4
A. $a^2 - 2ab + b$
B. $a^2 + 2ab + b$
C. $y^8 + 2y^4 + 1$
D. $25x^4 + 40x^2 + 16$
E. $a^{10} - 2a^5 + 1$

Caso 5
A. $x^2 + 7x + 10$
B. $x^2 + 3x - 10$
C. $m^2 + 5m - 14$
D. $x^2 - 7x - 30$
E. $x^2 + x - 132$

2. Factoriza los siguientes polinomios utilizando el caso más apropiado

A. $a^3 + a^2 + a$
B. $6m - 9n + 21nx - 14mx$
C. $100 - x^2y^6$
D. $9 - b^2$
E. $a^2 - 2ab + b^2$
F. $20ax - 5bx - 2y + ay$
G. $9 - 6x + x^2$
H. $24a^2xy^2 - 36x^2y^4$
I. $x^2 + 7x + 10$
J. $c^2 + 5c - 24$

Para una mejor comprensión de los temas se recomienda visitar el site trabajo durante el periodo y ver los siguientes videos de apoyo.

1. Productos notables

   https://www.youtube.com/watch?v=fVlFxTQTmB4&t=38s
   https://www.youtube.com/watch?v=dmUjA2V_vOQ&t=14s
   https://www.youtube.com/watch?v=uDEfceTDHQg

2. Casos de factorización

   https://www.youtube.com/watch?v=sSfO1CsKJ4g
   https://www.youtube.com/watch?v=a8CUEopWCN0&t=2870s