	DISEÑO DEL SERVICIO	Código: M2- FOR07
		Versión: 02 de agosto del 2022
	GUÍA DE NIVELACIÓN	Año escolar: 2023 - 2024

Docente: José Ignacio García	Asignatura: Matemáticas	Grado: 10° A-B	Periodo: 3	Mes: abril
Nombre del estudiante:				

GRÁFICAS TRIGONOMÉTRICAS

La gráfica de una función nos da una mejor idea de su comportamiento. Entonces, con base a los siguientes análisis de las funciones seno, coseno y ciertas transformaciones de estás, comprenderemos algunos datos importantes.

Gráficas de las funciones seno y coseno

Partiendo de una circunferencia unitaria y sus rotaciones en cuanto los ángulos medidos hasta completar un giro, se deduce que los puntos interceptados entran larotación y el valor del rango generan una coordenada por donde pasa la gráfica describiendo su movimiento.

Entonces, las funciones seno y coseno son periódicas de acuerdo con la siguiente definición: Una función **f** es **periódica** si hay un ciclo completo dentro de un giro completo de la circunferencia unitaria, a lo que denominamos como periodo completo.

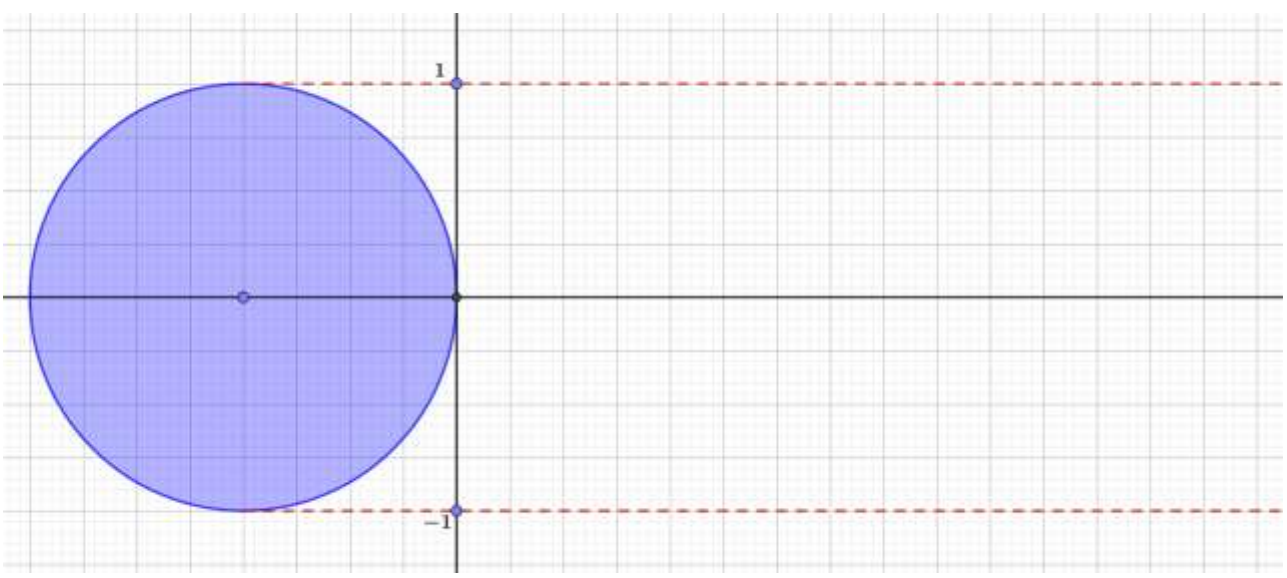
PROPIEDADES PERIÓDICAS DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO

Las funciones seno y coseno tienen período 2π:

$$\operatorname{sen}(t + 2\pi) = \operatorname{sen} t \qquad \cos(t + 2\pi) = \cos t$$

El círculo unitario es un círculo de radio 1 con centro en el origen del sistema decoordenadas, esto es, el punto (0,0)
Cada número real de la recta numérica se asocia con las coordenadas de un punto en el círculo unitario llamado punto circular. Para eso, luego, localizamos el 0 en la recta numérica de manera que coincida con el punto (1, 0) en la unidad del círculo.

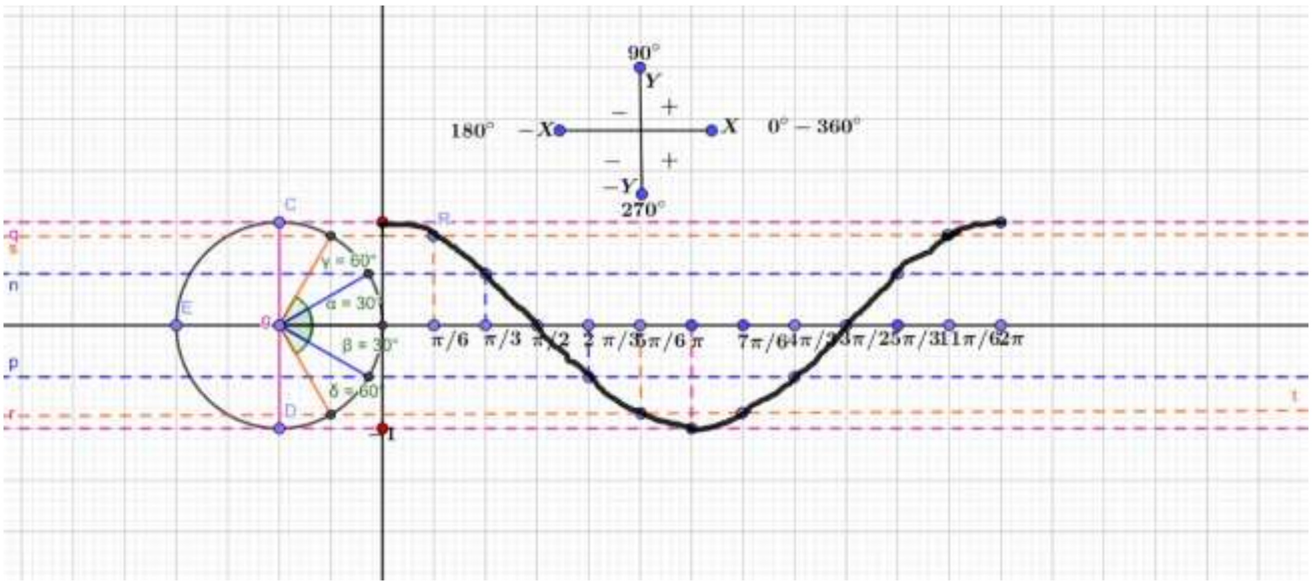
Como el radio del círculo unitario es 1, entonces la circunferencia del círculo es, entonces, el eje real positivo se enrolla en sentido contrario a las manecillas del reloj y el eje real negativo se enrolla en el sentido de las manecillas del reloj. De manera, que cada número real de la recta real se asocia con un sólo punto circular del círculo unitario.



Ahora miremos las funciones seno y coseno dentro de un dominio de $[0,2\pi]$ teniendo en cuenta la rotación de dicho circulo unitario con base a una escala de 30° en 30° mostradoen radianes, así como los valores adquiridos dentro de un rango de $[-1,1]$.

La siguiente grafica es tomada y diseñada desde GeoGebra y es comprendida como:

$$y = \cos x$$

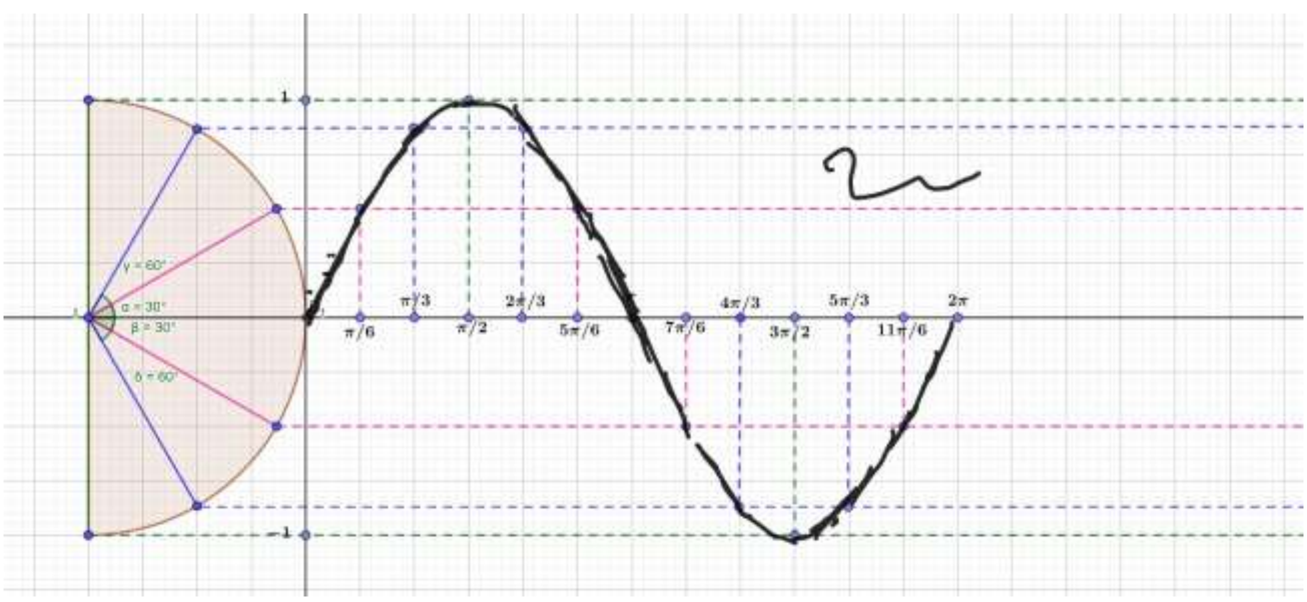


https://www.geogebra.org/classic/xwgvkf4u

El ciclo fundamental de la función coseno del ángulo comienza en 0 y termina en 2π. Dominio: el conjunto de números reales. Alcance: el conjunto de números mayores o iguales que -1 hasta los números menores o iguales que 1. Cruza el eje de "y" en: (0,1). El eje de referencia es: el eje "x". El punto máximo es: (0,1) y (2π,1). El punto mínimo es: (π, -1). Su período: 2π

Función seno

$$y = sen\ x$$



https://www.geogebra.org/classic/skctfvzr

Tabla de valores en la función seno

TABLA 1

t	sen t	cos t
$0 \to \frac{\pi}{2}$	$0 \to 1$	$1 \to 0$
$\frac{\pi}{2} \to \pi$	$1 \to 0$	$0 \to -1$
$\pi \to \frac{3\pi}{2}$	$0 \to -1$	$-1 \to 0$
$\frac{3\pi}{2} \to 2\pi$	$-1 \to 0$	$0 \to 1$

Gráficas de transformaciones de las funciones seno y coseno

A continuación consideramos gráficas de funciones que son transformaciones de las funciones seno y coseno. Entonces, las técnicas para graficar de la Sección 2.5 son muy útiles aquí. Las gráficas que obtenemos son importantes para entender aplicaciones a situaciones físicas tales como movimiento armónico (vea Sección 5.6), pero algunas de ellas son gráficas de atractivo aspecto que son interesantes por sí solas.

Es tradicional usar la letra x para denotar la variable del dominio de una función. Por lo tanto, de aquí en adelante usamos la letra x y escribimos $y = \operatorname{sen} x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ y así sucesivamente para denotar estas funciones.

EJEMPLO 1 | Curvas de coseno

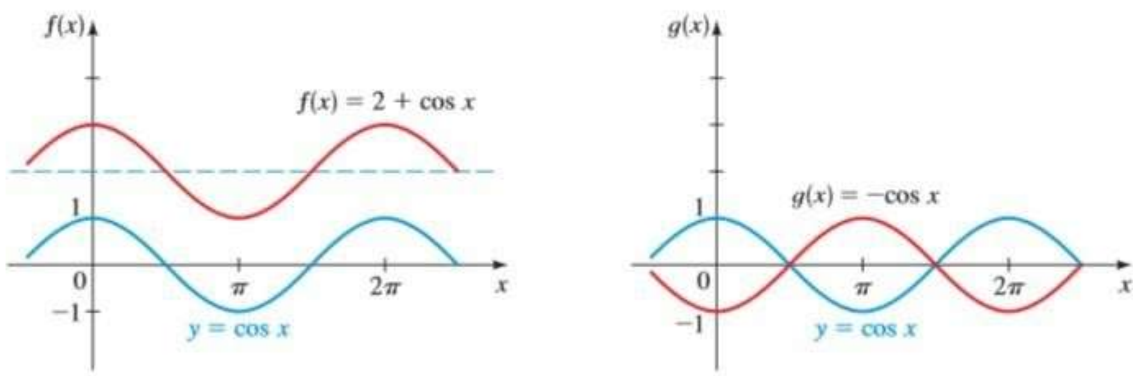
Trace la gráfica de cada función siguiente.

(a) $f(x) = 2 + \cos x$ **(b)** $g(x) = -\cos x$

SOLUCIÓN

(a) La gráfica de $y = 2 + \cos x$ es la misma que la gráfica de $y = \cos x$, pero desplazada 2 unidades (vea Figura 4(a)).

(b) La gráfica de $y = -\cos x$ en la Figura 4(b) es la reflexión de la gráfica de $y = \cos x$ en el eje x.



(a) (b)

CURVAS SENO Y COSENO

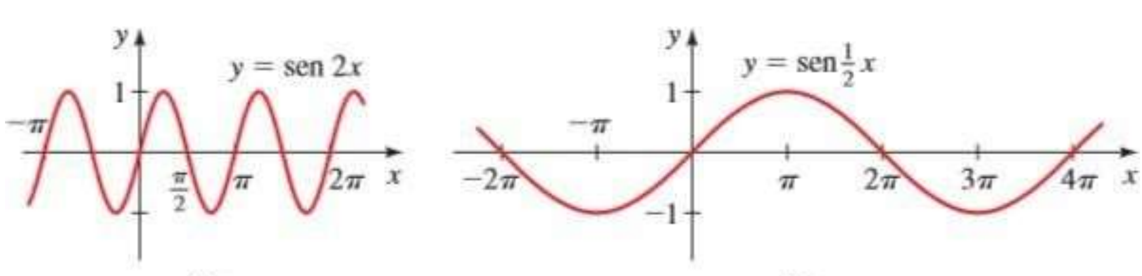
Las curvas seno y coseno

$$y = a \operatorname{sen} kx \qquad \text{y} \qquad y = a \cos kx \qquad (k > 0)$$

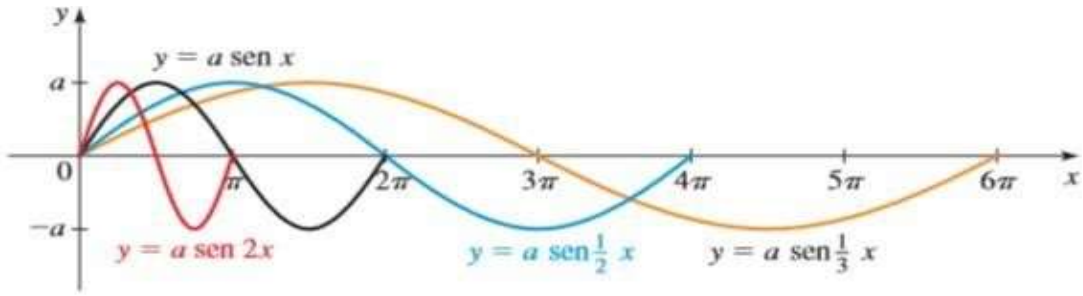
tienen **amplitud** $|a|$ **y período** $2\pi/k$.

Un intervalo apropiado en el cual graficar un período completo es $[0, 2\pi/k]$.

Para ver cómo afecta el valor de k a la gráfica de $y = \operatorname{sen} kx$, grafiquemos la curva seno $y = \operatorname{sen} 2x$. Como el período es $2\pi/2 = \pi$, la gráfica completa un período en el intervalo $0 \le x \le \pi$ (vea Figura 8(a)). Para la curva seno $y = \operatorname{sen} \frac{1}{2}x$, el período es $2\pi \div \frac{1}{2} = 4\pi$, de modo que la gráfica completa un período en el intervalo $0 \le x \le 4\pi$ (vea Figura 8(b)). Vemos que el efecto es *contraer* la gráfica horizontalmente si $k > 1$ o *alargar* la gráfica horizontalmente si $k < 1$.



(a) (b)



EJEMPLO | Amplitud y período

Encuentre la amplitud y período de cada función y trace su gráfica.

(a) $y = 4\cos 3x$ **(b)** $y = -2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}x$

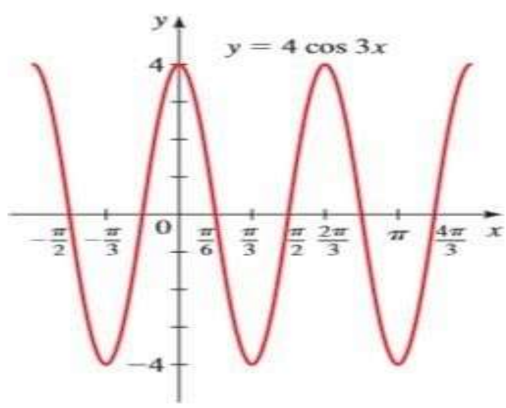
SOLUCIÓN

(a) Obtenemos la amplitud y período a partir de la forma de la función como sigue:

$$\text{amplitud} = |a| = 4$$

$$y = 4\cos 3x$$

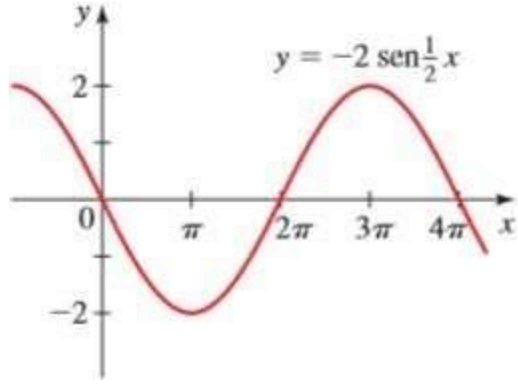
$$\text{período} = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3}$$



(b) Para $y = -2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}x$,

$$\text{amplitud} = |a| = |-2| = 2$$

$$\text{período} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$



EJERCICIOS

Graficar las siguientes transformaciones de funciones trigonométricas

$$A.\ y = 2\cos(2x-\pi)+3$$

$$B.\ y = 3sen\,x - 1$$

$$C.\ y = -sen\,(x+\pi)$$

$$D.\ y = cos\,(3x) - 1.5$$