	DISEÑO DEL SERVICIO	Código: M1- FOR07
		Versión: 02 de agosto del 2023
	GUIA DE NIVELACIÓN II PERÍODO GRADO ONCE	Año escolar: 2022 - 2023

Docente: José Ignacio García	Asignatura: Matemáticas	Grado: 11º	Periodo: Segundo	Mes: Febrero

Números reales

Los números reales son cualquier número que corresponda a un punto en la recta real y pueden clasificarse en números naturales, enteros, racionales e irracionales.

En otras palabras, cualquier número real está comprendido entre menos infinito y más infinito y podemos representarlo en la recta real.

Los números reales son todos los números que encontramos más frecuentemente dado que los números complejos no se encuentran de manera accidental, sino que tienen que buscarse expresamente.

Los números reales se representan mediante la letra R.

$$\mathbb{R}$$

Dominio de los números reales

Entonces, tal y como hemos dicho, los números reales son los números comprendidos entre los extremos infinitos. Es decir, no incluiremos estos infinitos en el conjunto.

$$\mathbb{R} \in (-\infty, +\infty)$$

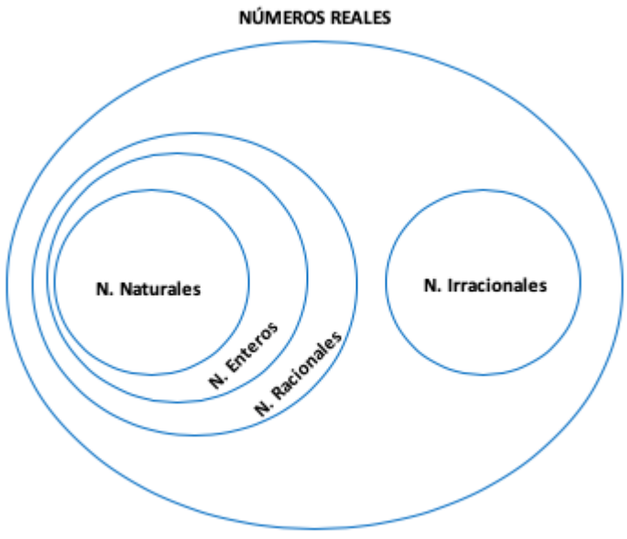
Números reales en la recta real

Esta recta recibe el nombre de **recta real** dado que podemos representar en ella todos los números reales.

Línea real.

Esquema de los números reales

En este esquema podemos ver claramente que la organización de los números reales es similar al juego de muñecas rusas visto desde arriba o abajo.



Desigualdades

Algunos problemas en álgebra llevan a **desigualdades** en lugar de ecuaciones. Una desigualdad se ve semejante a una ecuación, excepto que en lugar del signo igual hay uno de los símbolos $<, >, \leq o \geq$. Un ejemplo de desigualdad es $4x + 7 \leq 19$.

Resolver una desigualdad que contenga una variable significa hallar todos los valores de la variable que hagan verdadera la desigualdad, es decir, que las soluciones son infinitas dentro de intervalos o conjuntos de números, mientras que en las ecuaciones las soluciones son finitas.

		Solución	Gráfica
Ecuación:	$4x + 7 = 19$	$x = 3$	
Desigualdad	$4x + 7 \leq 19$	$x \leq 3$	

REGLAS PARA DESIGUALDADES

Regla	Descripción
1. $A \leq B \Leftrightarrow A + C \leq B + C$	**Sumar** la misma cantidad a cada lado de una desigualdad da una desigualdad equivalente.
2. $A \leq B \Leftrightarrow A - C \leq B - C$	**Restar** la misma cantidad de cada lado de una desigualdad da una desigualdad equivalente.
3. Si $C > 0$, entonces $A \leq B \Leftrightarrow CA \leq CB$	**Multiplicar** cada lado de una desigualdad por la misma cantidad *positiva* da una desigualdad equivalente.
4. Si $C < 0$, entonces $A \leq B \Leftrightarrow CA \geq CB$	**Multiplicar** cada lado de una desigualdad por la misma *cantidad negativa invierte la dirección* de la desigualdad.
5. Si $A > 0$ y $B > 0$, entonces $A \leq B \Leftrightarrow \frac{1}{A} \geq \frac{1}{B}$	**Tomar** recíprocos de cada lado de una desigualdad que contenga cantidades *positivas invierte la dirección* de la desigualdad.
6. Si $A \leq B$ y $C \leq D$, entonces $A + C \leq B + D$	Las desigualdades se pueden sumar.

Guiá para resolver desigualdades No lineales

1. **Pase todos los términos a un lado.** Si es necesario, reescriba la desigualdad de modo que todos los términos diferentes de cero aparezcan en un lado de la desigualdad. Si el lado diferente de cero de la desigualdad tiene cociente, paselo a un comun denominador.
2. **Factorice.** Factorice el lado diferente de cero de la desigualdad.
3. **Encuentre los intervalos.** Determine los valores para los cuales cada factor es cero. Estos números dividiran la recta real en intervalos. Haga una lista de los intervalos que estan determinados por estos números.
4. **Haga una tabla o diagrama.** Use valores de prueba para hacer la tabla o el diagrama de los signos de cada factor en cada intervalo. En el último renglón de la tabla determine el signo del producto (o cociente) de estos factores.
5. **Resuelva.** Determine la solución de la desigualdad a partir del último renglón de la tabla o diagrama de signos. Asegúrese de verificar si la desigualdad queda satisfecha por algunos o todos los puntos extremos de los intervalos. (Esto puede ocurrir si la desigualdad contiene $\leq o \geq$. Por ejemplo

Resuelva la desigualdad $x^2 \leq 5x - 6$.

SOLUCIÓN Seguiremos la guía dada líneas antes.

Pase todos los términos a un lado. Pasamos todos los términos al lado izquierdo.

$$x^2 \leq 5x - 6 \qquad \text{Desigualdad dada}$$
$$x^2 - 5x + 6 \leq 0 \qquad \text{Reste } 5x\text{, sume } 6$$

Factorice. Factorizando el lado izquierdo de la desigualdad, obtenemos

$$(x - 2)(x - 3) \leq 0 \qquad \text{Factorice}$$

Encuentre los intervalos. Los factores del lado izquierdo son $x - 2$ y $x - 3$. Estos factores son cero cuando x es 2 y 3, respectivamente. Como se ve en la Figura 3, los números 2 y 3 dividen la recta real en los tres intervalos

$$(-\infty, 2), (2, 3), (3, \infty)$$

Los factores $x - 2$ y $x - 3$ cambian de signo sólo en 2 y 3, respectivamente. Por lo tanto, estos factores mantienen su signo en cada uno de estos tres intervalos.

Haga una tabla o diagrama. Para determinar el signo de cada factor en cada uno de los intervalos que encontramos, usamos **valores de prueba.** Escogemos un número dentro de cada intervalo y comprobamos el signo de los factores $x - 2$ y $x - 3$ en el número que escojamos. Para el intervalo $(-\infty, 2)$, escojamos el valor de prueba 1 (vea Figura 4). Sustituyendo 1 por x en los factores $x - 2$ y $x - 3$, obtenemos

$$x - 2 = 1 - 2 = -1 < 0$$
$$x - 3 = 1 - 3 = -2 < 0$$

Por lo tanto ambos factores son negativos en este intervalo. Nótese que necesitamos verificar sólo un valor de prueba por cada intervalo porque los factores $x - 2$ y $x - 3$ no cambian signo en ninguno de los tres intervalos que encontramos.

Usando los valores de prueba $x = 2\frac{1}{2}$ y $x = 4$ para los intervalos $(2, 3)$ y $(3, \infty)$ (vea Figura 4), respectivamente, construimos la siguiente tabla de signos. El renglón final de la tabla se obtiene del dato que la expresión del último renglón es el producto de los dos factores.

Intervalo	$(-\infty, 2)$	$(2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $x - 2$	$-$	$+$	$+$
Signo de $x - 3$	$-$	$-$	$+$
Signo de $(x - 2)(x - 3)$	$+$	$-$	$+$

Si el lector así lo prefiere, puede representar esta información en una recta real, como en el siguiente diagrama de signos. Las rectas verticales indican los puntos en los que la recta real está dividida en intervalos:

Resuelva. Leemos de la tabla o el diagrama que $(x - 2)(x - 3)$ es negativo en el intervalo $(2, 3)$. Entonces, la solución de la desigualdad $(x - 2)(x - 3) \le 0$ es

$$\{x \mid 2 \le x \le 3\} = [2, 3]$$

Hemos incluido los puntos extremos 2 y 3 porque buscamos valores de x tales que el producto es menor o *igual a* cero. La solución está ilustrada en la Figura 5.

Taller de practica

1. Grafique la relación entre los intervalos.

A. $(-2, 0) \cup (-1, 1)$

B. $[-4,6] \cap [0,8)$

C. $(-\infty, -4) \cup (4, \infty)$

D. $(-\infty,6] \cap (2,10)$

2. Resuelva la desigualdad no lineal. Exprese la solución usando la notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

A. $(x + 2)(x - 3) < 0$

B. $x(2x + 7) \ge 0$

C. $s^2 - 3s - 18 \leq 0$

D. $x^2 + 5x + 5 \geq 1$

E. $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$

F. $x^2 > 3(x + 6)$

G. $\frac{x^3-4x}{x^2-4} \geq 1$

H. $\frac{x+1}{x-2} \leq \frac{1}{x+2}$

I. $\frac{3}{x+4} > \frac{x^2+3}{x+4}$

J. $\frac{1}{2} \leq 3x + 5 > 6$

Seleccione la respuesta correcta para cada una de las siguientes preguntas de selección múltiple con única respuesta.

1. En un colegio, se realizó una encuesta a los estudiantes de un curso para conocer la cantidad de veces que les han citado sus acudientes al colegio. Los resultados se muestran en la tabla

Número de citaciones en el año	Cantidad de estudiantes
0	7
1	5
2	6
3	4

Si se requiere calcular la mediana y la moda del número de citaciones en el año, ¿Cuál o cuáles de estas medidas de tendencia central es posible calcular con la información de la tabla?

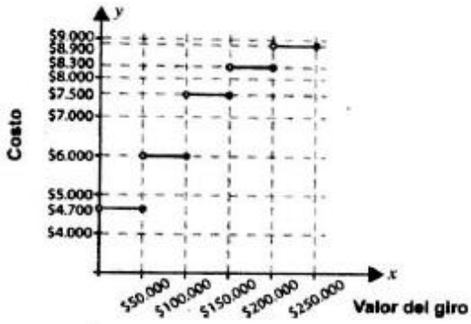
A. La moda, pero no la mediana
B. La mediana, pero no la moda
C. La mediana y la moda
D. Ni la mediana ni la moda

2. La tabla muestra el costo por hacer giros nacionales de hasta $250.000 en una oficina postal.

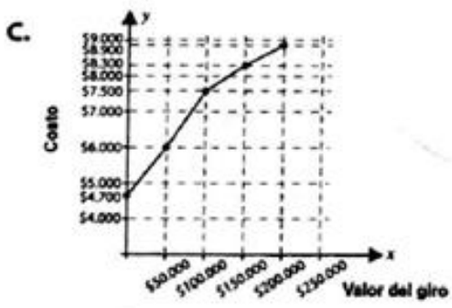
Valor del giro		Costo
Desde	Hasta	
$1	$50.000	$4.700
$50.001	$100.000	$6.000
$100.001	$150.000	$7.500
$150.001	$200.000	$8.300
$200.001	$250.000	$8.900

¿Cuál de las siguientes graficas muestra correctamente la información de la tabla?

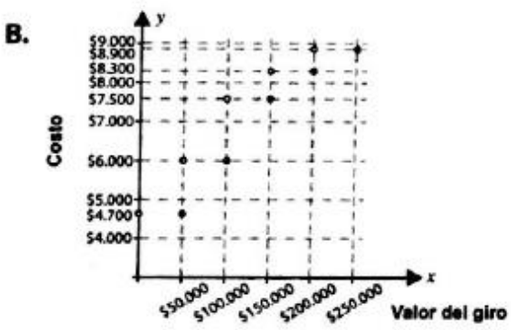
A.



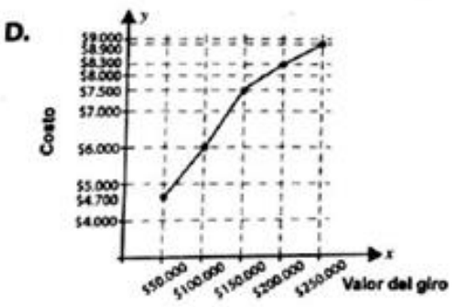
C.



B.

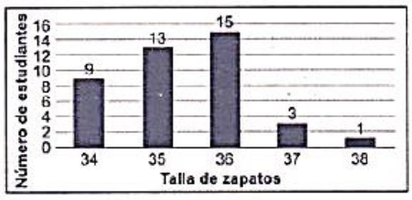


D.

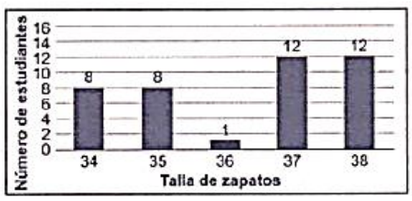


3. Se registraron las tallas de zapatos de 41 estudiantes y se obtuvo que la mediana de estos datos es 36, ¿Cuál de las siguientes graficas correspondería a una distribución de estos datos?

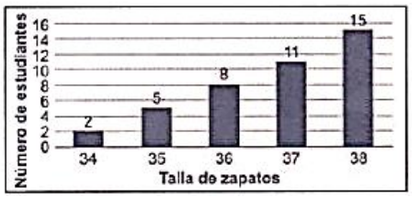
A.



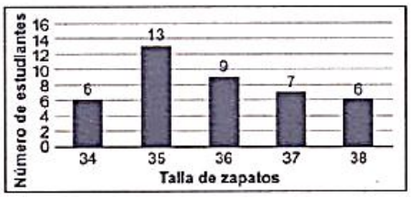
B.



C.



D.



4. La tabla muestra algunas características de varios modelos de automóviles eléctricos que se encuentran disponibles en el mercado.

Marca	Autonomía (km)	Velocidad máxima (km/h)	Precio (euros)
1	100	80	16.400
2	160	112	99.000
3	90	65	8.500
4	150	90	14.500
5	80	80	7.400
6	160	126	26.900
7	120	130	25.000
8	400	210	99.000
9	250	170	297.000
10	200	85	28.000

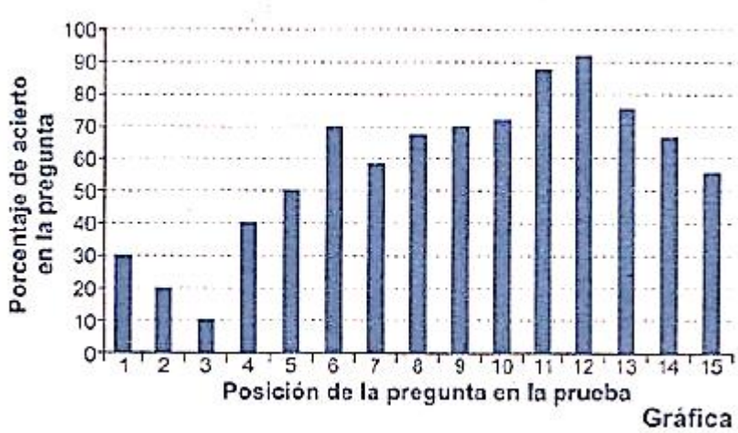
*Adaptado de Jantzen M. Dawning a new age. Photon International 9/2008. **Tabla**

Una persona tiene un presupuesto de $90.000 euros para comprar un auto que pueda desarrollar velocidades de por lo menos $100\ km/h$. De los autos que cumplen dichas condiciones aquel que tiene una autonomía mayor es el de la marca.

A. 10 **B.** 8 **C**. 7 **D**. 6

Responda las preguntas 5, 6 y 7 de acuerdo a la siguiente información.

El porcentaje de acierto por pregunta en una prueba de selección se presenta en la gráfica. Una pregunta se considera de alto nivel de dificultad, si menos del 50% de las personas aciertan la respuesta.



Gráfica

5. De acuerdo con los resultados, las preguntas difíciles se ubicaron
   A. Al inicio de la prueba
   B. A lo largo de toda la prueba
   C. Al inicio de la prueba
   D. Al final de la prueba
6. El rango estadístico de la prueba está dado por un valor de
   A. 10 a 90 % B. 0 a 100% C. 100% D. 80%
7. El dominio de la gráfica está determinado de
   A. 0 a 15 preguntas B. 1 a 15 preguntas C. 80% D. 10 a 90 %
8. El rango de la prueba es de
   A. 10 a 90 % B. 0 a 100% C. 100% D. 80%