	DISEÑO DEL SERVICIO	Código: M2- FOR05 Versión: 02: septiembre de 2018
	GUÍA DE RECUPERACIÓN III PERIODO	Año escolar: 2020 - 2021

Docente: Anderson Yela	Asignatura: Matemáticas	Grado: 9	Periodo: 3	Mes: Abril

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Una **ecuación cuadrática** o de **segundo grado** es toda ecuación en la cual se puede escribir de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. En esta ecuación "x" es la variable o incógnita y las letras a, b y c son los coeficientes, los cuales pueden tener cualquier valor, excepto que a = 0.

Ecuaciones cuadráticas completas: Son ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ que tienen un término x^2, un término y un término independiente de x. Así, $2x^2 + 3x - 5 = 0$ es una ecuación cuadrática completa.

Ecuaciones cuadráticas incompletas: Son ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$ que carecen del término x o de la forma $ax^2 + bx = 0$ que carecen del término independiente. Así, $3x^2 + 3 = 0$ y $x^2 + 7x = 0$ son ecuaciones cuadráticas incompletas.

Soluciones de una ecuación cuadrática: Son los valores de la incógnita que satisfacen la ecuación. Toda ecuación cuadrática tiene dos raíces o soluciones, en este caso utilizaremos tres métodos

1. Método de factorización
2. Método de la formula general
3. Método Grafico

Método de factorización

Para resolver ecuaciones de segundo grado o cuadrática por factorización (o también llamado por descomposición en factores), es necesario que el trinomio de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ sea factorizable por un término en común o aplicando un producto notable.
Para esto,

1. Debemos observar que $a = 1$ para que la ecuación sea de la forma $x^2 + bx + c = 0$
2. Colocar dos pares de paréntesis, iniciando cada uno de ellos con una x
3. Ubicamos los signos correspondientes
4. Buscamos dos números que multiplicados sean igual a c y sumados o restados iguales a b, para luego ubicarlos en los paréntesis
5. Igualamos a cero cada uno de los factores, para luego resolver las ecuaciones simples que se obtienen

Ejemplo

Resolver la siguiente ecuación cuadrática, utilizando el método de factorización $x^2 - x + 6 = 0$

Notemos que el coeficiente $a = 1$, por lo tanto, ubicamos dos pares de paréntesis iniciando cada uno con una x, para posteriormente ubicar los signos y buscar dos números que multiplicados den 6 y restados 1, los cuales son 3 y 2

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

En esta parte vamos a igualar cada uno de los dos paréntesis a cero y despejamos x

$$(x-3)=0 \text{ y } (x+2)=0$$

$$x-3=0 \text{ y } x+2=0$$

$$x=3 \text{ y } x=-2$$

Respuesta: Las raíces de la ecuación son 3 y -2.

Método de formula general

Como pudimos notar en el método anterior existen ecuaciones que no se pueden resolver utilizando el método de factorización, para ello existe una técnica llamada fórmula general. para resolver ecuaciones cuadráticas de segundo grado que funciona con cualquier ecuación.
Para encontrar estas soluciones debemos recordar o memorizar la siguiente fórmula.

$$\mathbf{x} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Ejemplo: Resolver la ecuación

Primero notemos que $a=2$, $b=3$, y $c=1$ por lo tanto

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

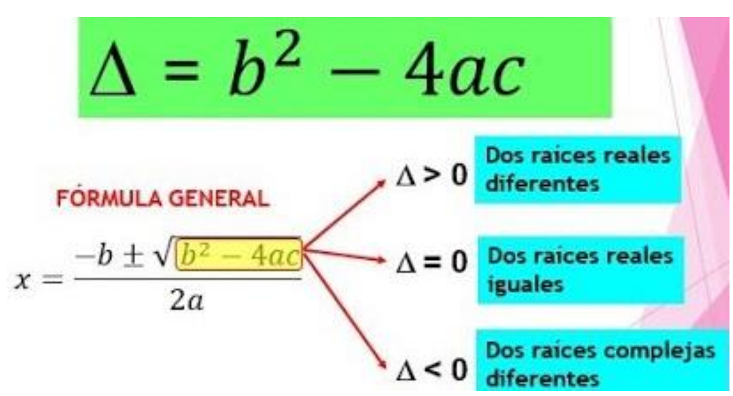
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3^2-4.2.1)}}{2.2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{(1)}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3-1}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

Las soluciones de la ecuación son -1 y -1/2

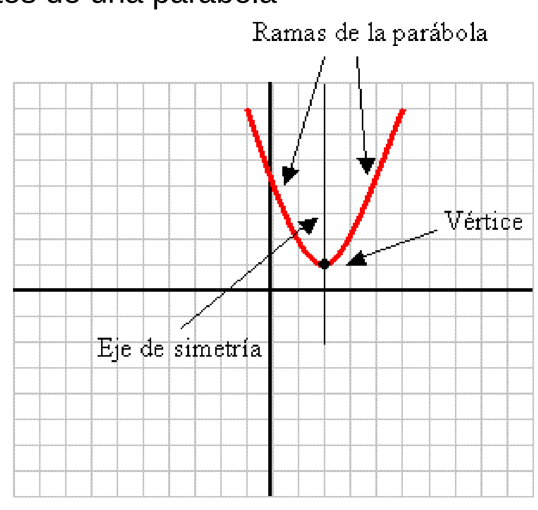
NOTA:
En la fórmula general al radicando de la raíz cuadrada se le denomina discriminante de la ecuación, este proporciona información valiosa acerca de las soluciones: como que, si es mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones, si es igual a cero tiene una única solo solución de multiplicidad dos y si es menor que cero no tiene soluciones reales.
Veamos



REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

La gráfica de una función cuadrática es una parábola , un tipo de curva de 2 dimensiones, para la construcción de esta en el plano cartesiano se realiza en la misma forma que la función de primer grado: se elabora una tabla de valores, determinando así algunos puntos del gráfico, que permitan hacer un trazado de la curva.

Pero antes observemos las partes de una parábola



Eje de simetría

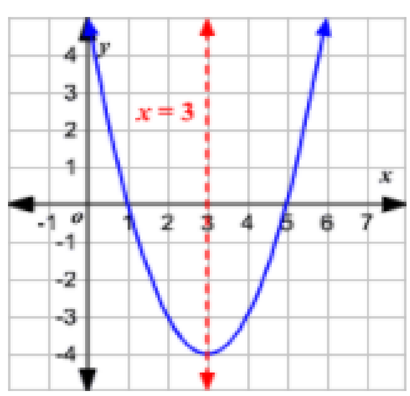
El eje de simetría de una parábola es una recta vertical que divide la parábola en dos mitades congruentes. Este siempre pasa a través del vértice de la parábola . La coordenada en *x* del vértice es la ecuación del eje de simetría de la parábola.
Para una función cuadrática en la forma estándar, f(x) $= ax^2 + bx + c$ el eje de simetría es una recta vertical $x = -\frac{b}{2a}$.

Ejemplo: Encontrar el eje de simetría de la ecuación $f(x) = x^2 - 6x + 5$

Recordemos que simplemente utilizaremos $x = -\frac{b}{2a}$. *donde a = 1 y b = -6*

$$x = \frac{-(-6)}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3$$

Por lo tanto, el eje de simetría es $x = 3$



Vértice

Es el punto donde la parábola cruza su eje de simetría. Si el coeficiente del término x^2 es positivo, el vértice será el punto más bajo en la gráfica, el punto en la parte baja de la forma "U". Si el coeficiente

del término x^2 es negativo, el vértice será el punto más alto en la gráfica, el punto en la parte alta de la forma "n".
Una vez encontrado el eje de simetría, solo reemplazamos este valor en la ecuación inicial. Y esta pareja ordenada es el vértice

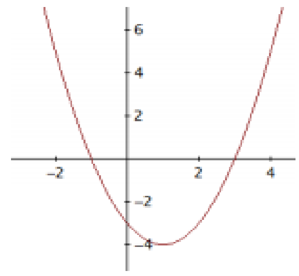
Ramas de la parábola

Como mencionamos inicialmente la construcción del gráfico de la función cuadrática en el plano cartesiano se realiza en la misma forma que la función de primer grado: se elabora una tabla de valores, determinando así algunos puntos del gráfico, que permitan hacer un trazado de la curva.

Ejemplo 1:

Graficar la función $y = x^2 - 2x - 3$

X	$y = x^2 - 2x - 3$	(x, y)
- 2	$y = (-2)^2 - 2(-2) - 3 = 5$	$(-2,5)$
-1	$y = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 0$	$(-1,0)$
0	$y = (0)^2 - 2(0) - 3 = -3$	$(0,-3)$
1	$y = (1)^2 - 2(1) - 3 = -4$	$(1,-4)$
2	$y = (2)^2 - 2(2) - 3 = -3$	$(2,-3)$



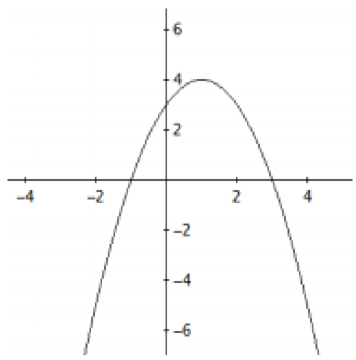
El gráfico de una función cuadrática es una **curva abierta** llamada **parábola.** Se caracteriza, a simple vista, por presentar dos ramas simétricas que se abren. La concavidad de la curva puede estar hacia arriba o hacia abajo.

Ejemplo 2:

Construir el grafico de $y = -x^2 + 2x + 3$

Se eligen los valores de **x** y se calculan los respectivos valores de la función, o sea, los valores de **y**

X	$y = -x^2 + 2x + 3$	(x, y)
- 2	$y = -(-2)^2 + 2(-2) + 3 = -5$	$(-2,-5)$
-1	$y = -(-1)^2 + 2(-1) + 3 = 0$	$(-1,0)$
0	$y = -(0)^2 + 2(0) + 3 = 3$	$(0,3)$
1	$y = -(1)^2 + 2(1) + 3 = 4$	$(1,4)$
2	$y = -(2)^2 + 2(2) + 3 = 3$	$(2,3)$



El ejemplo anterior muestra una parábola que presenta la concavidad hacia abajo, es decir, que sus ramas hacia abajo. Si observas detenidamente los ejemplos 1 y 2, podrás concluir que esto depende del signo del coeficiente **a.**

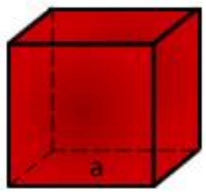
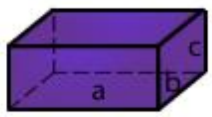
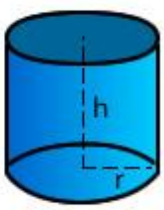
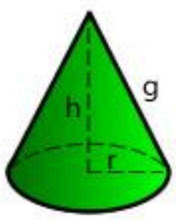
Ejercicios sobre ecuación cuadrática

1. **Utilizando el método de factorización, encontrar la solución de la ecuación** $f(x) = x^2 + 5x + 6$
2. **Determinar mediante el discriminante si la ecuación** $f(x) = 3x^2 + 7x + 7$ **tiene solución**
3. **Determinar mediante el discriminante si la ecuación** $f(x) = 2x^2 + 4x - 7$ **tiene solución**
4. **Haciendo uso de la formula general para la ecuación cuadrática, encontrar las soluciones de la ecuación** $f(x) = 2x^2 + x - 1$
5. **Realizar la gráfica de la ecuación** $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$

SOLIDOS GEOMÉTRICOS

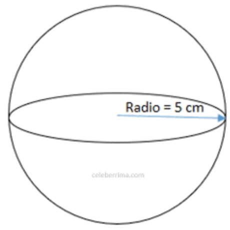
Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupan un lugar en el espacio y en consecuencia tiene un volumen, aunque también podemos calcular su área

ÁREA Y VOLUMEN DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

NOMBRE	IMAGEN	ÁREA	VOLUMEN
Cubo o Hexaedro		$A=6a^2$	$V=a^3$
Paralelepípedo o Ortoedro		$A=2(ab+ac+bc)$	$V=abc$
Pirámide		$A=A_{base}+A_{lateral}$	$V=\frac{1}{3}\,b\cdot h$
Cilindro		$A=2\pi r\,(h+r)$	$V=\pi\, r^2\cdot h$
Cono		$A_{total}=\pi r^2+\pi\, r\, g$	$V=\frac{\pi\, r^2\cdot h}{3}$
Esfera		$A=4\,\pi\, r^2$	$V=\frac{4}{3}\pi\, r^3$

EJEMPLOS

1. Calcular el área y el volumen de una esfera con radio 5



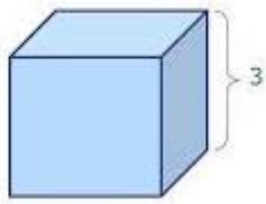
Para ello simplemente observamos las formulas de la tabla y reemplazamos los valores conocidos. Iniciaremos por el Área:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi 5^2 = 4\pi 25 = 100\pi = 100(3.14) = 314cm^2$$

Para el volumen

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi 5^3}{3} = \frac{4\pi 125}{3} = \frac{500\pi}{3} = \frac{500(3.14)}{3} = 523cm^3$$

2. Calcular el área y volumen de un cubo con lado igual a 3 m



$$A = l^3 = 3^3 = 27\ cm^3$$
$$V = 6\ l^2 = 6\ .3^2 = 54cm^2$$

Ejercicios sobre ecuación cuadrática

1. **Encontrar el área volumen de un cubo de lado 7cm**
2. **Encontrar el área de una caja completa con 40cm de largo, 30cm de ancho y 22cm de alto**
3. **Encontrar el área de una caja sin la tapa superior, cuyas medidas son 40cm de largo, 30cm de ancho y 22cm de alto**
4. **Calcular el volumen y el área de un de un recipiente de gaseosa con forma cilíndrica que tiene una altura de 12 cm y un radio de 5 cm**

5. **Calcular el área y volumen de una pelota de tenis, sabiendo que tiene como radio 6 cm**

Para una mayor apropiación del tema puede observar los siguientes videos

1. https://www.youtube.com/watch?v=PTJx4W-lQbE&t=218s
2. https://www.youtube.com/watch?v=ZC67c5ar9mA
3. https://www.youtube.com/watch?v=gnAdna_tLK0
4. https://www.youtube.com/watch?v=0vLnhnTIFeA