Docente: Anderson Yela	Asignatura: Matemáticas	Grado: 8	Periodo: 3	Mes: Abril

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Trabajar en álgebra consiste en manejar relaciones numéricas en las que una o más cantidades son desconocidas. Estas cantidades se llaman variables, incógnitas o indeterminadas y se representan por letras.

Una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligadas por los signos de las operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

Términos semejantes son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente.

Suma de polinomios

Para realizar la suma primero escribimos un polinomio y seguido en la misma línea escribimos el otro que vamos a sumar o restar. Después, agrupamos términos semejantes y sumamos o restamos según sea el caso

Ejemplos

Polinomio 1: $x^4 - 3x^2 + x + 1$

Polinomio 2: $x^3 - x^2 + 5x - 2$

$$\left(x^4 - 3x^2 + x + 1 \right) + \left(x^3 - x^2 + 5x - 2 \right)$$

Fíjate en los términos que son semejantes entre los dos polinomios. **No podemos sumar dos términos que tienen distinto grado**, solo podemos agrupar los que sean semejantes y después sumar. En la siguiente imagen están identificados los términos semejantes rodeados con el mismo color.

$$- 4x^2$$

$$x^4 - 3x^2 + x + 1 \quad + \quad x^3 - x^2 + 5x - 2$$

El resultado de la suma es:

$$\boxed{x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1}$$

Resta de polinomios

Una vez hemos visto cómo se suman los polinomios, vamos a ver cómo restar polinomios:

Igual que antes escribimos un polinomio y seguido en la misma línea escribimos el otro que vamos a restar, por sus términos:

$$=(2x^2-5x+3)-(x^2+2x-4)=$$

Y eliminamos paréntesis. En este caso, tenemos un signo menos delante de uno de ellos, que modifica el signo de los términos que hay dentro del paréntesis, ya que es equivalente a multiplicar por -1:

$$=2x^2-5x+3-x^2-2x+4=$$

Una vez tenemos el polinomio sin paréntesis, ya podemos sumar y restar los términos semejantes entre sí:

$$=x^2-7x+7$$

Multiplicación de polinomios

El producto de **polinomios** se obtiene multiplicando cada término del primero por el segundo y reduciendo luego los términos semejantes. De este modo obtenemos el polinomio resultante,

Ejemplo 1 al multiplicar los polinomios (1 - x) por (1 + 2x) resulta de la siguiente manera

Primero vamos a multiplicar el primer **1** por todo el segundo paréntesis, obteniendo asi el segundo renglón.

Luego multiplicamos el **- 2x** por todo el segundo paréntesis, obteniendo así el tercer renglón “Recuerda que también se debe multiplicar el signo”

Y por último operamos los términos semejantes

$$(\mathbf{1} - \mathbf{2x}) \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{2x}) =$$

$$= \mathbf{1} \cdot \mathbf{1} + \mathbf{1} \cdot \mathbf{2x} +$$

$$-\mathbf{2x} \cdot \mathbf{1} - \mathbf{2x} \cdot \mathbf{2x} =$$

$$= \mathbf{1} + \mathbf{2x} - \mathbf{2x} - \mathbf{4x^2} =$$

$$= \mathbf{1} - \mathbf{4x^2}$$

Ejemplo 2 Multiplicar los polinomios (1 + x) (2 - x)

$$(\mathbf{1} + \mathbf{x})(\mathbf{2} - \mathbf{x}) =$$

$$= \mathbf{1} \cdot \mathbf{2} + \mathbf{1} \cdot (-\mathbf{x}) +$$

$$+\mathbf{x} \cdot \mathbf{2} + \mathbf{x} \cdot (-\mathbf{x}) =$$

$$= \mathbf{2} - \mathbf{x} + \mathbf{2x} - \mathbf{x^2} =$$

$$= \mathbf{2} + \mathbf{x} - \mathbf{x^2}$$

Ejercicios sobre operaciones con polinomios

Consideremos los siguientes polinomios

$A = 3x - 2$

$B = 7x + 9$

Realizar las siguientes operaciones con sus respectivos procedimientos

1. **A + B**
2. **B – A**
3. **A + A – B**
4. **AA**
5. **AB**

PRODUCTOS NOTABLES

Anteriormente estudiamos la multiplicación entre polinomios. ¿Te has preguntado si existe una manera directa o rápida de calcular operaciones entre polinomios sin la necesidad de recurrir al proceso de la multiplicación de polinomios? Claro que sí. Veamos

Primero, ¿Qué son los productos notables?

En matemáticas, un **producto** corresponde al resultado que se obtiene al realizar una multiplicación. Entonces, los **productos notables** son simplemente multiplicaciones especiales entre expresiones algebraicas, que por sus características destacan de las demás multiplicaciones. Los productos notables nos permiten encontrar un resultado aplicando una fórmula general sin necesidad de desarrollar siempre los productos o potencias indicadas. En esta guía estudiaremos 5 casos:

1. Suma de un binomio al cuadrado
2. Diferencia de un binomio al cuadrado
3. Producto de la suma por la diferencia de dos binomios
4. Suma de un binomio elevado al cubo
5. Diferencia de un binomio elevado al cubo

SUMA DE UN BINOMIO AL CUADRADO

$(a+b)$ es la suma de un binomio

$(a+b)^2$es la suma de un binomio que esta elevado al cuadrado

La suma de un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, **más** el doble producto del primer término por el segundo, **más** el cuadrado del segundo término.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$$

Ejemplo:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2\,x\,(3) + (3)^2 = x^2 + 6\,x + 9$$

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2\,(2x)(3) + (3)^2 = 4\,x^2 + 12\,x + 9$$

DIFERENCIA DE UN BINOMIO AL CUADRADO

$(a-b)$ es la diferencia de un binomio

$(a-b)^2$ es la diferencia o resta de un binomio que está elevado al cuadrado

La diferencia de un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, **menos** el doble producto del primer término por el segundo, **más** el cuadrado del segundo término.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$$

Ejemplo:

$$(x-3)^2 = x^2 - 2\,x\,(5) + (5)^2 = x^2 - 10\,x + 25$$

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2\,(2x)(3) + (3)^2 = 4\,x^2 - 12\,x + 9$$

$$(2x^2-3)^2 = (2x^2)^2 - 2\,(2x^2)(3) + (3)^2 = 4\,x^4 - 12x^2 + 9$$

PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO

$(a+b)$ es la suma de un binomio

$(a-b)$ es la diferencia de un binomio

El producto de la suma por la diferencia de un binomio $(a+b)(a-b)$ es igual a la diferencia de sus cuadrados, es decir, el cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término. así

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

$$(x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$$

$$(2x+5)(2x-5) = (2\,x)^2 - 5^2 = 4\,x^2 - 25$$

$$(3x+y)(3x-y) = (3\,x)^2 - y^2 = 9\,x^2 - y^2$$

SUMA DE UN BINOMIO ELEVADO AL CUBO

$(a+b)$ es la suma de un binomio

$(a+b)^3$es la suma de un binomio que esta elevado al cubo

La suma de un binomio al cubo es igual al cubo del primer término, **más** el triple del primer término elevado al cuadrado por el segundo término, **más** el triple del producto del primer término por el cuadrado del segundo término, **más** el cubo del segundo término.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 + b^3$$

Ejemplo:

$$(x+5)^3 = x^3 + 3\,x^2\,5 + 3\,x\,5^2 + 5^3 = x^3 + 15\,x^2 + 75\,x + 125$$

$$(2x+3)^3 = (2x)^3 + 3\,(2x)^2\,3 + 3\,(2x)\,3^2 + 3^3 = 8x^3 + 36\,x^2 + 54\,x + 27$$

DIFERENCIA DE UN BINOMIO ELEVADO AL CUBO

$(a-b)$ es la diferencia de un binomio

$(a-b)^3$es la diferencia de un binomio que esta elevado al cubo

La diferencia de un binomio al cubo es igual al cubo del primer término, **menos** el triple del primer término elevado al cuadrado por el segundo término, **más** el triple del producto del primer término por el cuadrado del segundo término, **menos** el cubo del segundo término.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x-5)^3 = x^3 - 3\,x^2\,5 + 3\,x\,5^2 - 5^3 = x^3 - 15\,x^2 + 75\,x - 125$$

$$(2x-3)^3 = (2x)^3 - 3\,(2x)^2\,3 + 3\,(2x)3^2 - 3^3 = 8x^3 - 36\,x^2 + 54\,x - 27$$

Ejercicios sobre Productos notables

En cada uno de los siguientes ejercicios identificar el producto notable que se puede utilizar y aplicarlo

1. $(x-9)^3$
2. $(x+7)^2$
3. $(x^2-1)^2$
4. $(2x+5)^3$
5. $(3x-3)(3x+3)$

Para una mayor comprensión puede revisar los siguientes videos

1. https://www.youtube.com/watch?v=N3vD22wJfyw
2. https://www.youtube.com/watch?v=6-1NJt3-lTg
3. https://www.youtube.com/watch?v=o6PkQJEQql4
4. https://www.youtube.com/watch?v=ubj9qS69cwY